Taki Academy
www.takiacademy.com

Mathématiques

Théme : Probabilités

Exercice 6 type devoir

Exercice :

Une urne contient neuf boules indiscernables au toucher, quatre blanches, trois rouges et deux noires.

1/ On tire successivement et avec remise trois boules de l'urne, on considère les événements :

E : « obtenir trois boules de même couleur ».

F : « obtenir une boule blanche pour la première fois au deuxième tirage».

G : « obtenir au moins une boule blanche».

Calculer la probabilité de chacun des événements E, F, G, E ∩ F et G ∪ F.

2/ On dispose d'un dé cubique non truqué dont deux faces portent le nombre 1 et les quatre autres le nombre 2. On lance une fois le dé, calculer la probabilité des événements :

E_1 : « Obtenir le nombre 1 » et E_2 : « Obtenir le nombre 2 ».

3/ On lance une fois le dé, puis : A_n^p

Si on obtient le nombre 1, alors on tire successivement et sans remise deux boules de l'urne.

Si on obtient le nombre 2, alors on tire simultanément deux boules de l'urne.

Calculer la probabilité de chacun des événements : C_n^p

A : « Obtenir deux boules de même couleur ».

B : « Obtenir une boule noire et une boule blanche ».

4B
3R
2N

1°) $Card(\Omega) = 9^3 = 729$

$$p(E) = \frac{4^3 + 3^3 + 2^3}{9^3} = \frac{11}{81}$$

$F = \{(\bar{B}, B, Q)\}$ (ordre fixé)

$$p(F) = \frac{5^1 \times 4^1 \times 9^1}{9^3} = \frac{20}{81}$$

$\bar{G} = \{(\bar{B}, \bar{B}, \bar{B})\}$ $p(\bar{G}) = \frac{5^1 \times 5^1 \times 5^1}{9^3} = \frac{125}{729}$

$$p(G) = 1 - p(\bar{G}) = \frac{604}{729}$$

c) $E \cap F$: « obtenir trois boules de même couleur et la boule blanche pour la première au deuxième tirage. »

Donc $E \cap F = \phi$

Ainsi $\boxed{p(E \cap F) = 0}$

d) $G \cap F = \{(\bar{B}, B, \bar{B}) \text{ ou } (\bar{B}, B, B)\}$

$$p(G \cap F) = \frac{5^1 \times 4^1 \times 5^1 + 5^1 \times 4^2}{9^3} = \frac{20}{81}$$

Donc $p(G \cup F) = p(G) + p(F) - p(G \cap F)$

$$= \frac{604}{729} + \frac{20}{81} - \frac{20}{81} = \boxed{\frac{604}{729}}$$

2) $p(E_1) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

$p(E_2) = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

3) $\boxed{p(A)} = p(A \cap E_1) + p(A \cap E_2)$

$= p(E_1) \times p(A/E_1) + p(E_2) \cdot p(A/E_2)$

$= \frac{1}{3} \times \frac{A_4^2 + A_3^2 + A_2^2}{A_9^2} + \frac{2}{3} \times \frac{C_4^2 + C_3^2 + C_2^2}{C_9^3}$

$= \boxed{\frac{5}{18}}$

$$\text{c)}\quad \boxed{p(B) = p(B \cap E_1) + p(B \cap E_2)}$$

$$= p(B/E_1) \cdot p(E_1) + p(B/E_2) \cdot p(E_2)$$

$$= \underbrace{2!}_{\text{ordre}} \times \frac{A_2^1 \times A_4^1}{A_9^2} \times \frac{1}{3} + \frac{C_2^1 \times C_4^1}{C_9^2} \times \frac{2}{9}$$

$$= \boxed{\frac{2}{9}}$$